

Analysis of Stock Price and Its Volatility

Enping Yu^{1, a}

¹School of Shanghai University, Shanghai 200000, China;

^ayepepm@163.com

Abstract. Both ARMA model and GARCH model are time series models. ARMA model is an autoregressive moving average model to analyze and predict the mean of the sequence, while GARCH model is to model the residual variance to analyze and predict the fluctuation of the sequence. This paper uses R software to establish ARMA-GARCH model to analyze and forecast the closing price of ICBC in recent years. It provides some reference for investors to judge the short-term trend of ICBC stock and make investment decisions.

Keywords: ARMA-GARCH model; Volatility; Prediction; Analyze

股票价格及其波动率的分析

于恩平¹

(1. 上海大学 经济学院, 上海市 200000)

摘要: ARMA 模型和 GARCH 模型都是时间序列模型, ARMA 模型是自回归移动平均模型对序列的均值进行分析和预测, 而 GARCH 模型是对残差方差进行建模, 用来分析和预测序列的波动性。本文利用 R 软件建立 ARMA-GARCH 模型对工商银行近几年的收盘价进行分析预测。为投资者对工商银行股票的短期趋势判断和投资决策提供一定参考。

关键词: ARMA-GARCH 模型; 波动性; 预测; 分析

引言

从 1989 年中国股市开始到现在已经有 30 年的历史, 目前国内股市和国外相比还存在许多不足。股票市场是最重要的资本市场, 对我国经济社会的发展起着不可忽视的重要作用。[1] 一个国家金融市场的发展现状与前景反应了国家实体经济的现状。而对于还未成熟的中国股市来说, 宏观经济的衰退会对其带来严重的影响。而股民的预期及市场投资者也会随着宏观经济的变化而受到影响。[2]

目前, 波动性问题在金融领域引起了广大学者的关注, 如何分析和预测股票价格并做出决策已经成为当前热点。1982 年, Engle 首次将 ARCH (自回归条件异方差) 模型应用于金融领域, 提出该模型能够刻画股票收益率的方差。随后, 众多学者以 ARCH 模型为基础进行改进, 以便更好地刻画股票收益率的条件异方差性。梅志娟 (2010) 利用 ARMA-GARCH 模型对期货价格进行预测分析[3], 李丽 (2011) 基于 ARMA-GARCH 模型研究股市量价之间的动态关系。钟骐 (2017) 采用 ARMA-GARCH 模型对股票价格进行分析预测。[10] 黄轩, 张青龙 (2018) 对沪深 300 指数的波动率及价格进行分析预测。

1 时间序列分析模型的相关理论

1.1 ARIMA (p, d, q) 模型

ARIMA 模型是由 Box 和 Jenkins 在 1978 年共同提出的, 是近些年来应用最为广泛, 也是最流行的线性时间序列预测方法, 全称为求和自回归移动平均模型。ARIMA 模型的在数学上描述为:

$$\begin{cases} \Phi(B)\nabla^d x_t = \Theta(B)\varepsilon_t \\ E(\varepsilon_t) = 0, \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2, E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0, s \neq t \\ E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0, \forall s < t \end{cases}$$

式中, $\nabla^d = (1 - B)^d$, $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$, 为平稳可逆 ARMA(p, q) 模型的自回归系数多项式; $\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$, 为平稳可逆 ARMA(p, q) 模型的移动平滑系数多项式。

在实际的数据分析过程中, 时间序列数据大都不满足平稳性要求, 往往具有某种趋势或循环特征, 所以并不能直接使用 ARMA 模型。后来, Box 和 Jenkins 发现如果对原始时间序列经过 d 阶逐期差分后, 时间序列数据能够成为平稳序列, 那么再利用 ARMA(p, q) 模型对该平稳序列建模, 然后再进行逆变换就能够得到原序列, 就这样产生了 ARIMA 模型。

模型 ARMA(p, q) 中, 若令 q=0, 则 ARMA(p, q) 就是模型 AR(P); 若令 P=0 则 ARMA(p, q) 就是模型 MA(q)。由此可看出三类模型 AR(p), MA(q), ARMA(p, q) 之间存在着密不可分的联系。

1.2 ARIMA模型的建模过程

1.2.1 对原始数据的预处理

画出时序图, 找到数据的初步规律。再进行平稳性检验, 对于股票数据来说, 原始序列通常是不平稳的。经常采用观察时序图、进行 ADF 检验、KPSS 检验等方法来判断, 本文采用 ADF 检验的方法来判断数据的平稳性。通过检验 p 值, 若 p 值小于 0.05, 则表明在 95% 的置信水平下拒绝原假设。若存在单位根则接受原假设, 认为序列是不平稳的否则就认为序列是平稳的。

1.2.2 数据处理及描述性统计

如果经过检验发现原始时间序列不平稳, 对于有线性趋势的数据我们通常进行差分处理; 对于有指数趋势的数据我们通常进行取对数处理等。处理完数据后, 再对处理后的序列进行平稳性检验, 在确保数据平稳的情况下才能进一步使用数据进行分析。[4] 在进行统计分析之前, 需要了解序列的分布形态即算数据的偏度系数及峰度系数、平均值、方差等。

1.2.3 白噪声检验

在对差分后的序列进行建模分析之前, 先要对数据进行白噪声检验判断序列之间是否具有相关性, 是否有信息可提取。并不是所有的平稳序列都有建立模型的价值, 如果序列值相互之间具有依赖关系, 历史数据对将来的发展趋势有一定影响, 那么这个序列值就有建模的价值, 如果序列值相互独立即白噪声, 那么继续建模就没有意义。若检验结果拒绝原假设, 则表明有进一步建模的必要。

1.2.4 模型定阶与建立

一系列的检验和处理之后, 根据不同的模型定阶对模型进行拟合, 找出拟合效果最好的模型, 并判断其参数是否显著及残差序列是否是白噪声。若检验 p 值均小于 0.05, 则说明模型的参数估计较好。再对残差进行白噪声检验, 若接受原假设, 说明残差序列为白噪声序列, 模型拟合较好。

1.3 GARCH模型

ARCH 模型的实质是使用残差平方序列的 q 阶移动平均拟合当期异方差函数值。由于移动平均模型具有自相关系数 q 阶截尾性, 所以 ARCH 模型实际上只适用于异方差函数短期自相关过程。但是在实践中, 有些残差序列的异方差函数具有长期相关性, 这时如果使用 ARCH 模型拟合异方差函数, 将会产生很高的移动平均阶数, 增加参数估计的难度并最终影响 ARCH 模型的拟合精度。

为了解决这个问题,Bollerslow在 1985 年提出了广义自回归条件异方差模型(GARCH),它的结构如下:

$$\begin{cases} x_t = f(t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots) + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t = \sqrt{h_t} e_t \\ h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \eta_i h_{t-i} + \sum_{j=1}^q \lambda_j \varepsilon_{t-j}^2 \end{cases}$$

式中, $f(t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots)$ 为 $\{x_t\}$ 的确定性信息拟合模型; $e_t \sim N(0, \sigma^2)$ 。

2 实证分析

2.1 数据检验

本文选取的样本数据为 2014 年 1 月 2 日至 2019 年 2 月 18 日工商银行股票的日收盘价, 共计 1249 个数据, 数据来源于网易财经。用 r 软件画出原始序列的时序图发现数据具有不平稳的趋势, 进一步进行 ADF 检验得到 p 值为 0.4242, 远大于 0.05 的显著性水平, 所以没有理由拒绝原假设, 认为原序列是不平稳的。进一步, 对原始数列进行一阶差分, 得到差分后的时序图以及 ADF 检验, 得到 p 值为 0.01, 小于 0.05 的显著性水平, 因此拒绝原假设认为序列已经实现平稳。

进一步对差分后的序列进行白噪声检验, 需要对其进行白噪声检验。对序列滞后 3 至滞后 12 阶进行自相关检验如下, 从检验结果来看, 它们的 p 值都小于 0.05, 拒绝序列为白噪声的原假设, 认为该序列可以继续建模。

2.2 描述性统计

表 1. 差分后收盘价描述统计分析表

样本数	1248	标准差	.08186
最小值	-0.51	方差	.007
最大值	0.48	偏度	-.137
平均值	.0016	峰度	7.488

由表 1 的结果可以看出, 一阶差分后的工商银行的收盘价的均值为 0.0016, 标准差为 0.08186, 偏度为 -0.137, 右偏峰度为 7.488, 远高于标准正态峰度的峰度值 3。综合分析这些数据说明序列具有尖峰厚尾的特征。

2.3 ARMA模型建立

模型定阶的方法有很多, 本文先通过观察序列的自相关和偏自相关图对 ARMA 模型的阶数进行初步的判断, 再通过 r 软件进行调试, 通过比较模型的 AIC, BIC 的值找出拟合效果最好的模型。再通过 r 软件对模型进行自动定阶得到模型与之前建立的进行对比, 最终选择一个模型[7]。

根据结果尝试建立 ARMA(1,1), ARMA(1,2), ARMA(0,2), ARMA(2,2) 模型, 再采用 r 软件进行自动定阶, 将得到的模型建立的结果展示在下表中:

表 2. 模型定阶

模型	AIC
ARMA(1,1)	-2707.52
ARMA(1,2)	-2709.20
ARMA(0,2)	-2709.48
ARMA(2,2)	-2708.70
ARMA(2,4)	-2731.33

根据AIC值选择ARMA(2,4)模型，建立模型后对残差序列做白噪声检验，画出残差图，再根据 Q-Q 图检验残差序列是否为正态分布，白噪声检验的p值为0.9829远远大于0.05，说明不能拒绝残差序列为白噪声的原假设即残差序列为白噪声序列，说明模型拟合效果较好。

由此得到工商银行股票的模型表达式为：

$$x_t = 0.9525x_{t-1} - 0.8092x_{t-2} + \varepsilon_t + 0.9435\varepsilon_{t-1} \\ - 0.73\varepsilon_{t-2} - 0.1404\varepsilon_{t-3} + 0.1515\varepsilon_{t-4}$$

ARMA模型是在方差齐性的基础上建立的，没有考虑异方差的问题，但是金融序列中大多数都会存在异方差的问题，所以，再对序列进行异方差性的考虑与建模。

2.4 ARCH检验

由残差平方 ε^2 图的特点可以看出残差呈现大（小）波动跟着大（小）波动的现象，这说明残差存在波动集聚现象，那么序列可能存在条件异方差。再利用R软件的Mcleod.Li.test函数得到如下的不同滞后期下的P值，检验结果得出存在 ARCH 检验，需要进行进一步GARCH模型。

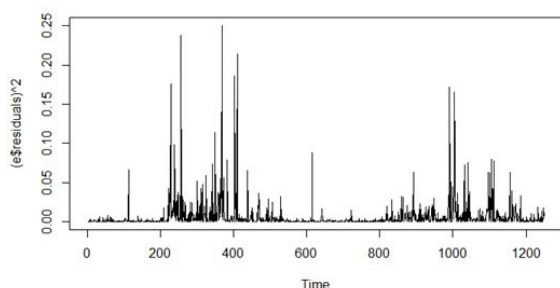


Figure 1. 残差平方图

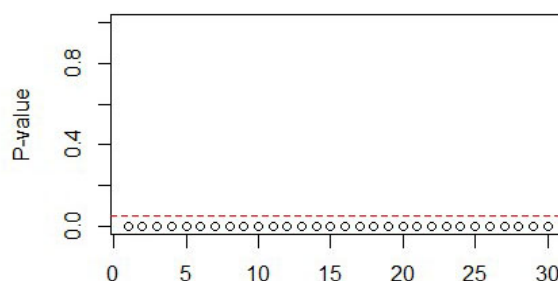


Figure 2. ARCH检验

2.5 GARCH模型建立

通过r软件建立GARCH(1,1)模型得到结果如下，根据结果可以看出GARCH(1,1)模型的参数估计值都是显著的，建立后的模型通过Box - Ljung检验，说明信息已经充分提取，模型拟合效果较好。

对模型进行白噪声检验，得到p值为0.941说明拟合效果较好，由此得到 GARCH 模型的拟合方程为： $\sigma_t^2 = 6.799e - 05 + 0.168\varepsilon_{t-1}^2 + 0.8526\sigma_{t-1}^2$ ，至此，GARCH 模型建立完成。使用上文建立好的 ARMA(2,4) 和 GARCH(1,1)模型，得出综合模型如下：

均值方程：

$$x_t = 0.9525x_{t-1} - 0.8092x_{t-2} + \varepsilon_t + 0.9435\varepsilon_{t-1} \\ - 0.73\varepsilon_{t-2} - 0.1404\varepsilon_{t-3} + 0.1515\varepsilon_{t-4}$$

波动率方程：

$$\sigma_t^2 = 6.799e - 05 + 0.168\varepsilon_{t-1}^2 + 0.8526\sigma_{t-1}^2$$

2.6 模型预测

对建立模型之后的残差的拟合效果图如下所示，两条平行虚线是根据方差齐性得到的 95%置信区间，两条波动实线为根据 GARCH(1, 1) 模型拟合的 95%的置信区间。可以看到，GARCH(1, 1) 模型拟合的置信区间符合原序列的真实波动。说明模型拟合效果较好。再根据建立的 ARMA(2, 4) 模型所计算的收盘价的估计值与真实值相对比，得到估计值与真实值基本上沿着同一水平线波动，说明模型拟合效果较好。

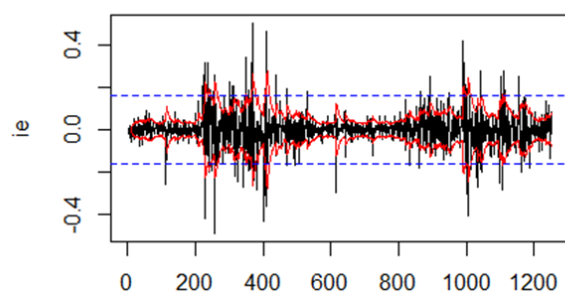


Figure 3. GARCH(1, 1) 模型拟合



Figure 4. 实际值与预测值对比图

使用建立好的综合模型对工商银行股票未来 20 期的日收盘价进行预测，并和实际值作对比，发现模型拟合效果较好。结果如下表所示：

表 3. 预测结果

日期	实际值	预测值
2019/2/19	5.57	5.607292
2019/2/20	5.57	5.591459
2019/2/21	5.56	5.602153
2019/2/22	5.55	5.612631
2019/2/25	5.9	5.613958
2019/2/26	5.77	5.606743
2019/2/27	5.81	5.598797
2019/2/28	5.75	5.597067

3 结论

工商银行的日收盘价序列不是正态分布，呈现尖峰厚尾的特征。本文对工商银行收盘价的时间序列数据先后建立ARMA模型和GARCH模型，既分析了序列的变动特征预测均值的变化，又分析了序列残差的波动情况，对序列的波动性进行分析预测。证明了 ARMA-GARCH 模型能一定程度的预测未来短期波动率以及序列均值变化，但是预测效果不是非常理想，只是预测出了序列的趋势变化，每日的收盘价的预测结果并不是十分精准，有时候差距也会过大。通过上述研究，本文认为，在当前存在多重因素影响的股票市场中，需要寻找符合当前市场的合理模型，并不断更新，才能使用数学模型对投资决策进行指导。

本文在进行建模的过程中还存在着许多不足，首先在原始序列表现不平稳特征的时候直接采用了一阶差分的方法，没有考虑到序列可能存在记忆性，一阶差分有可能删除了序列大量的信息，其次对于残差

的相关性检验及异方差检验还有很多方法没有用到。最后，在建立 GARCH 模型的时候没有对比不同阶数的 GARCH 模型。

从我国的股市整体上来看，当股市波动较大时，风险增加，相应的回报率也越高，投资者要求用更高的预期收益作为持有更高风险资产的补偿。[9]投资者只有对未来股市走势作出正确判断，才可以避免不必要的损失。

References

- [1] Xuan Haiyan. Analysis and Forecast of Shenzhen Stock Index Yield Rate - Based on ARFIMA-GARCH Model. [J] Modern Commerce. 2015 (in Chinese)
- [2] Xiong Jingjing. Applied Research of ARIMA Model and AR-GARCH Model. [D] Central China Normal University. 2018 (in Chinese)
- [3] Mei Zhijuan. A comparative study of futures price forecasting based on ARMA-GARCH model. [J] Economic Research Guide. 2010 (in Chinese)
- [4] Zhu Mingying. Several methods for determining the order of ARMA model. [D] Northeast Normal University. 2007 (in Chinese)
- [5] Lin Ziming. Research on Shanghai Stock Exchange Index Based on ARMA-GARCH Model of EVIEWS. [J] China International Finance and Economics. 2018 (in Chinese)
- [6] Ding Yuezhi. Housing price prediction and fluctuation analysis based on time series model. [D] Shandong University. 2018 (in Chinese)
- [7] Li Mengru. Research on Volatility of Shanghai and Shenzhen Stock Markets under New Normal Conditions - Based on GARCH Model [J] Times Finance. 2018 (in Chinese)
- [8] heping Liu, Jing Shi, Applying ARMA-GARCH approaches to forecasting short-term electricity prices. [J] Energy Economics 37(2013)152-166
- [9] Empirical Analysis on the Volatility of Return Rate of Dai Wen. ST Stocks Based on ARMA-GARCH Model Family. [J] Contemporary Accounting. 2018(in Chinese)
- [10] Zhong Qi. Analysis and Forecast of Stock Price Based on ARMA-GARCH Model. [J] China Market. 2017(in Chinese)